משוואות דיפרנציאליות רגילות / ח' - 104131
בוחן אמצע סמסטר, חורף תשס"ג - תשובות

שאלה 1. למשוואה $y'=(y+1)(y-\frac{1}{x})-\frac{1}{x^2}$, $x>0$ יש משפחת פתרונות מהצורה

א. $y=\frac{C(x+e^x)}{1-x+x^2}+\frac{1}{x}$ ב. $y=\frac{C(e^x-x)+1}{x}$ **ג.** $y=\frac{1}{x}+\frac{x}{Ce^{-x}+1-x}$

ד. $y=\frac{1}{x}-\frac{x^2+1}{Ce^x+x}$ ה. $y=\frac{C(x-e^{-x})+1}{x}$ ו. $y=\frac{x^2+1}{Ce^{-x}+1}+\frac{1}{x}$

שאלה 2. נתונה המשוואה $y'=(y-x^3+4x)\,f(x,y)+3x^2-4$, באשר הפונקציה $f(x,y)$ ונגזרתה החלקית $\partial f/\partial y$ רציפות על כל המישור xy. אז פתרון $y(x)$ המתאפס ב- $x=-1$ יכול (עם פונקציה $f(x,y)$ מתאימה) להתאפס גם ב-

א. $x=-3$ ב. $x=-2$ ג. $x=0$ ד. $x=1$ ה. $x=2$ **ו.** $x=3$

שאלה 3. נתונה משפחת העקומים $(x^2+y^2)^2=Cx$. אז יש לה משפחה אורתוגונלית מהצורה

א. $(x^2+y^2)^2=C(x-y)$ **ב.** $(x^2+y^2)^2=Cy^3$ ג. $(x^2-y^2)^2=Cxy$

ד. $(x^2+y^2)^2=Cx^4$ ה. $(x^2-y^2)^2=C(x+y)$ ו. $(x^2-y^2)^2=Cx^3$

שאלה 4. אחד הפתרונות של המשוואה $x\,(x+1)\,y''-(x+3)y'-3y=0$, $x>0$

הוא $y=\frac{1}{x+1}$. אז הפתרון הכללי שלה הוא

א. $y=\frac{A+Be^x}{x+1}$ **ב.** $y=\frac{A+Bx^4}{x+1}$ ג. $y=\frac{Ax+Bx^3}{x(x+1)}$

ד. $y=\frac{Ax+B}{x(x+1)}$ ה. $y=\frac{Ax^2+B}{x^2(x+1)}$ ו. $y=\frac{A+B\ln x}{x+1}$

שאלה 5. הפונקציה $y=7x^2+e^x\cos x+3e^{-x}$ היא פתרון של המשוואה הדיפרנציאלית

א. $y^{(6)}-y^{(5)}+2y'''=0$ ב. $y^{(6)}-y^{(5)}+y^{(4)}+3y=0$ ג. $y^{(6)}-3y^{(4)}-4y'''=0$

ד. $y^{(5)}+2y^{(4)}-y'''=0$ ה. $y^{(6)}-3y'''=0$ ו. $y^{(6)}-5y^{(5)}+2y''=0$

<u>שאלה 6 – שאלה פתוחה.</u> מצא את הפתרון הכללי של המשוואה הבאה ונמק בקיצור את תשובתך.

$$\left(\frac{x}{1+x^2+y^2}+\frac{y^2}{2x}+\frac{1}{1+x^2}\right)+\left(\frac{y}{1+x^2+y^2}+y\ln x+y\cos 3y\right)y'(x)=0 \qquad (x>0)$$

<u>תשובה:</u>

המשוואה מדוייקת ופתרונה הכללי הוא:

$$\frac{1}{2}\ln(1+x^2+y^2)+\frac{1}{2}y^2\ln x+\arctan x+\frac{1}{3}y\sin 3y+\frac{1}{9}\cos 3y=C$$

<u>שאלה 7 – שאלה פתוחה.</u> עבור המשוואה $y'=2+\sqrt{y-2x}$ מצא שני פתרונות שונים המקיימים את התנאי $y(3)=6$, והסבר מדוע זה לא סותר את משפט הקיום והיחידות.

<u>תשובה:</u>

שני הפתרונות הם $y_1(x)=2x$ ו- $y_2(x)=2x+\frac{1}{4}(x-3)^2$.

הנגזרת החלקית $\frac{\partial f}{\partial y}$ של הפונקציה $f(x,y)=2+\sqrt{y-2x}$ לא קיימת (ולכן לא רציפה)

בנקודה $(3,6)$. לכן אין כאן סתירה למשפט הקיום והיחידות.